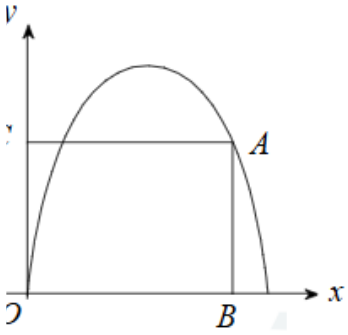
שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

1.



מנקודה A , הנמצאת על גרף הפונקציה $y=-x^2+5x$ מורידים אנכים לצירים, כך שנוצר מלבן ABOC (ראה ציור).

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי?

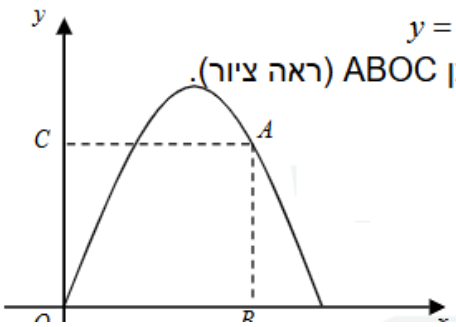
ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מינימלי?

(הדרכה : נמצא מינימום מוחלט בתחום $0\le x\le 5$)

פתרון: א. A(3,6)

ב. A(0,0)

2.



מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $y=-x^2+6x$ ברביע הראשון, מורידים אנכים לצירים, ונוצר מלכן ABOC (ראה ציור).

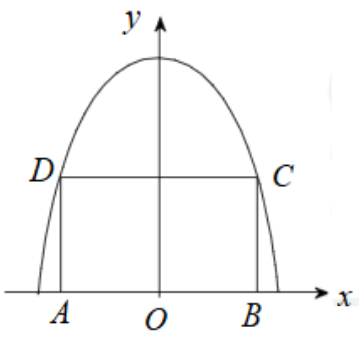
א. מה צריך להיות שיעור ה-x של הנקודה A כדי שהיקף המלבן יהיה מקסימלי.

ב. חשב את ההיקף המקסימלי של המלבן.

<u>פתרון:</u> א. 3.5 ב. 24.5 יחידות

3. בפרבולה $y=9-x^2$ חוסמים מלבן ABCD, כך שהצלע AB מונחת על ציר ה- x (ראה ציור).

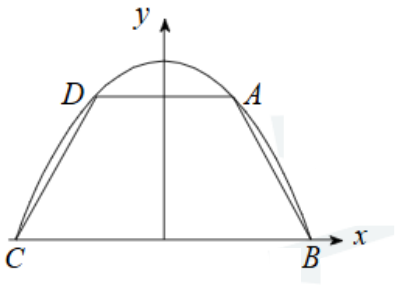
מה צריך להיות אורך הצלע CD כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?



פתרון: $CD=2\sqrt{3}$

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

4. טרפז ABCD חסום בין גרף הפרבולה $y=9-x^2$ לבין ציר ה- x (ראה ציור).



א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A (A ברביע הראשון) כדי ששטח הטרפז ABCD יהיה מקסימלי?

ב. חשב את השטח המקסימלי של טרפז ABCD.

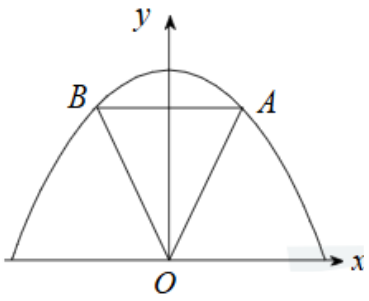
פתרון: א. A(1,8)

ב. 32

5. נתונה הפרבולה $y=-x^2+12$.

ישר המקביל לציר ה- x חותך את הפרבולה בנקודות A ו- B (ראה ציור).

מחברים את הנקודות A ו- B עם ראשית הצירים, O.



א. מה צריך להיות אורך הקטע AB כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?

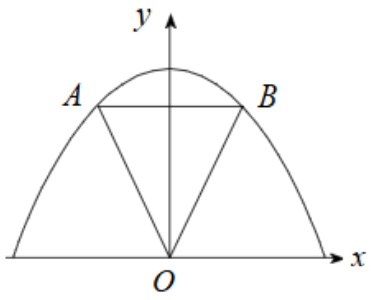
ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש AOB?

פתרון: א. AB=4

ב. $S_{\Delta AOB}=16$

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

6.



נתונה פרבולה שמשוואתה $y=-x^2+27$.

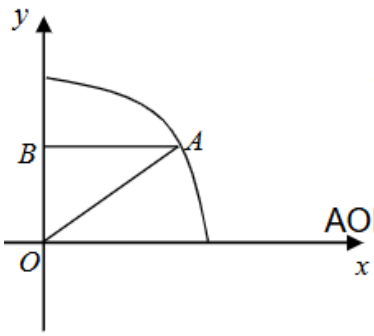
מעבירים ישר המקביל לציר ה- x וחותך את הפרבולה בנקודות A ו- B (ראה ציור).

א. סמן ב- x את שיעורי ה- x של הנקודה B (הנמצאת ברביע הראשון), ובטא באמצעות x את אורך הקטע AB ואת שטח המשולש AOB (O היא ראשית הצירים)

ב. מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה B, כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי

פתרון: א) AB=2x, $S_{\triangle AOB}=-x^3+27x$ ב) $X_B=3$

7.

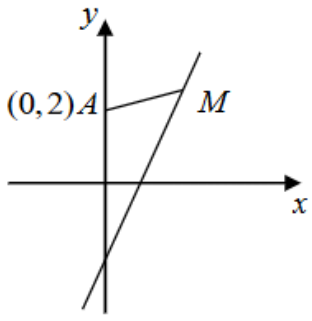


נתון גרף הפונקציה $y=-x^2+27$ ברביע הראשון.
ישר המקביל לציר ה-x חותך את גרף הפונקציה בנקודה A שנמצאת ברביע הראשון, ואת ציר ה-y בנקודה B.
מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים O (ראה ציור).

א. מה צריך להיות אורך הקטע AB כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?
ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש AOB?

<u>פתרון:</u> **א.** 3 ס"מ **ב.** 27 יח"ר

8.

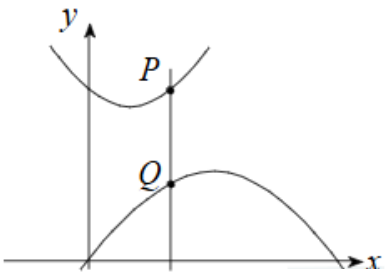


נתון הישר $y=3x-4$
M היא נקודה כלשהי על הישר (ראה ציור)
מצא על הישר הנתון את השיעורים של נקודה M הקרובה ביותר לנקודה A(0,2).

<u>פתרון:</u> $M\left(\frac{36}{20},1.4\right)$

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

9.



נתונים הגרפים של שתי הפרבולות:

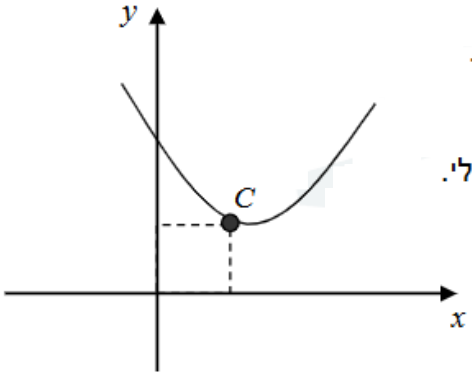
$y=\frac{1}{2}x^2+7$, $y=-\frac{1}{4}x^2+3x$.

קו המקביל לציר ה- y חותך את שתי הפרבולות בנקודות P ו- Q (ראה ציור).

מבין כל הקטעים המתקבלים באופן זה, מצא את האורך המינימלי של הקטע PQ.

פתרון: PQ=4

10.



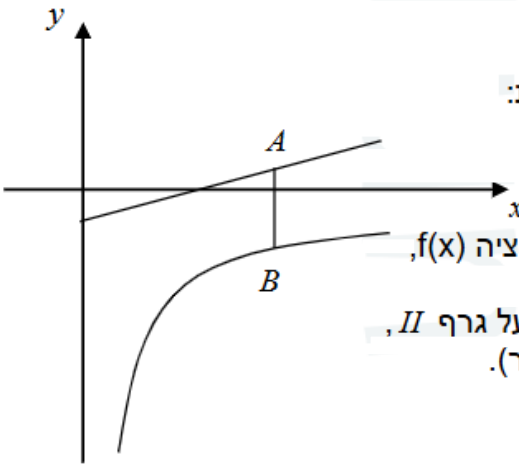
בציור שלפניך נתונה הפונקציה $y=x^2-3x+3$.

א. C היא נקודה על גרף הפונקציה.
מצא את שיעור ה-x של הנקודה C
שעבורו סכום השיעורים של C הוא מינימלי.

ב. דרך הנקודה C שמצאת בסעיף א
העבירו אנך לציר ה-x, ואנך לציר ה-y.
האנכים יוצרים מרובע עם הצירים.
מצא את שטח המרובע

<u>פתרון:</u> **א.** $x_C=1$ **ב.** 1 יח"ר $=S_{\square}$

11.



בציור נתונים הגרפים I ו- II של הפונקציות:

$f(x)=\frac{x-2}{4}$, $g(x)=-\frac{4}{x}$ בתחום x>0.

א. איזה מבין הגרפים I ו- II הוא של הפונקציה f(x),
ואיזה גרף הוא של הפונקציה g(x)? נמק.

ב. A היא נקודה על גרף I, ו-B היא נקודה על גרף II,
כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y (ראה ציור).
מצא את שיעור ה-x של הנקודות A ו-B,
שעבורו אורך הקטע AB הוא מינימלי.

<u>פתרון:</u> ב. 4

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

12.

הסכום של שני מספרים חיוביים הוא 24.

מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהייה מקסימלית?

פתרון: 8 ו- 16

13.

הסכום של שני מספרים הוא 10.
א. מצא מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שסכום הריבועים שלהם יהיה מינימלי.
ב. מצא את סכום הריבועים המינימלי של שני המספרים.

<u>פתרון:</u> א. $y=5, x=5$ ב. 50

הסכום של שני מספרים הוא 24. מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שמכפלת האחד מהם בחזקה השלישית של האחר תהייה מקסימלית?

פתרון: 6 ו- 18

14.

א. מבין כל המספרים החיוביים x ו-y המקיימים $y(x+2)=9$, מצא את שני המספרים שעבורם הסכום x+y הוא מינימלי.

ב. מצא את הערך המינימלי של הסכום x+y

<u>פתרון:</u> א. $x=1, y=3$ **ב.** 4

15.

מבין כל שני מספרים x ו-y המקיימים $2x+y=50$,
מצא את שני המספרים שסכום ריבועיהם מינימלי.

<u>פתרון:</u> $x=20, y=10$

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

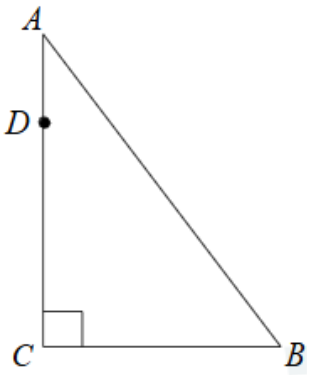
16.

במשולש ישר- זווית ABC $(\sphericalangle C = 90^0)$

נתון: $BC = a, AC = 6$.

D היא נקודה כלשהי על הניצב AC.

נסמן ב- x את מרחק הנקודה D מקודקוד C.



א. הבע באמצעות x ו- a את

סכום ריבועי המרחקים של הנקודה D

משלושת הקודקודים A ,B ו- C.

ב. מצא עבור איזה ערך של x הסכום שהבעת בסעיף א' הוא מינימלי.

פתרון: א. $3x^2 - 12x + 36 + a^2$ ב. x= 2

17.

נתון מלבן ABCD שממדיו 5 ס"מ ו- 10 ס"מ.

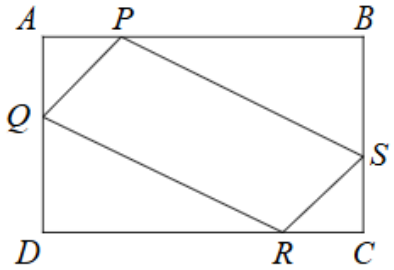
(AD=BC=מ"ס 5 ,AB=CD=מ"ס 10).

על צלעות המלבן מקצים קטעים

AP=AQ=CS=CR=x (ראה ציור).

מה צריך להיות ערכו של x כדי ששטח

המקבילית PQRS יהיה מקסימלי?



פתרון: x=מ"ס 3.75

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

18. בית מלאכה מייצר רשתות ממוטות ברזל.



למסגרת החיצונית של הרשת יש
צורת מלבן ABCD, ששטחו 15 מ"ר.
הרשת מורכבת מ 5 מוטות באורך AB,
ומשלושה מוטות באורך BC (ראה ציור).
מה צריכים להיות מימדי המלבן ABCD
כדי שסכום אורכי מוטות הברזל שמהם עשויה הרשת יהיה מינימלי?

פתרון: 3 מטר=רוחב 5 מטר = אורך

19.

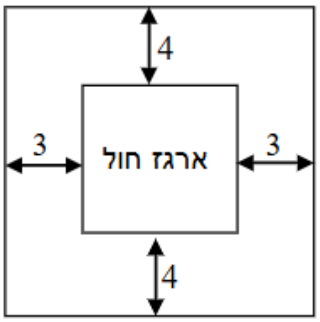
בתוך מלבן חיצוני שהיקפו 72 ס"מ,
נמצא מלבן פנימי שצלעותיו מקבילות לצלעות המלבן החיצוני.
רוחב השוליים הצרים הוא 2 ס"מ מכל צד,
ורוחב השוליים הרחבים הוא 3 ס"מ מכל צד.

א. נסמן ב- x את רוחב המלבן החיצוני.
הבע באמצעות x את אורך המלבן החיצוני, ואת שטח המלבן הפנימי.

ב. מצא את x שעבורו שטח המלבן הפנימי (השטח האפור) הוא מקסימלי.

פתרון: א. $36-x$ = אורך המלבן. $-x^2+34x-120$ = שטח המלבן הפנימי
ב. 17 ס"מ=x

20.



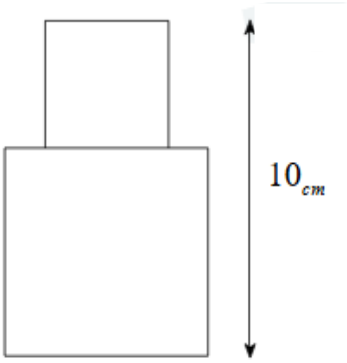
היקפו של מגרש משחקים שצורתו מלבן הוא 140 מטר.
במרכזו בנו ארגז חול בצורת מלבן ומסביב לארגז החול
שתלו דשא בכל שטח המגרש שנותר כמתואר בסרטוט.

א. מה צריכים להיות האורך והרוחב של מגרש
המשחקים כדי ששטח ארגז החול יהיה מקסימלי?
ב. מהו השטח המקסימלי של ארגז החול?

<u>פתרון:</u> א. 36 מטר , 34 מטר ב. 784 מ"ר

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 – (ב"ה)

21. שני ריבועים מונחים זה על גבי זה.



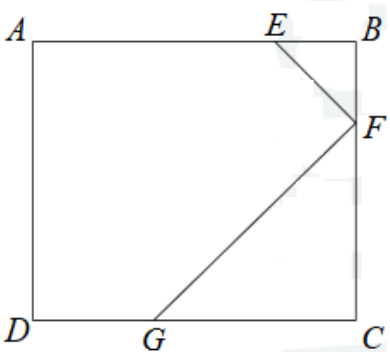
הגובה שלהם (ביחד) הוא 10_{cm}.

מה צריך להיות אורך צלע הריבוע התחתון,

על מנת שסכום שטחי הריבועים יהיה מינימלי?

פתרון: 5 ס"מ=x

22.



בריבוע ABCD

הנקודות E, F, G נמצאות על הצלעות

AB, BC, DC בהתאמה,

כך ש: BE=BF, CF=CG.

נתון כי אורך צלע הריבוע הוא 6_{cm}.

א. סמן ב- x את BF ואת BE,

והבע באמצעות x את הסכום של שטחי המשולשים EBF ו- FCG.

ב. (1) מצא את x שעבורו סכום שטחי המשולשים הוא מינימלי.

(2) חשב את הסכום המינימלי של שטחי המשולשים.

פתרון: א. $S = x^2 - 6x + 18$ ב1. 3 ס"מ=x ב2. 9סמ"ר=S

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

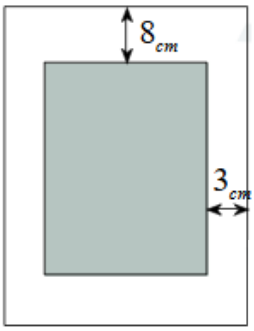
23. חלקת אדמה מלבנית ABCD ,
ששטחה 4500 מ"ר
סמוכה בצדה האחד לחומה (ראה ציור).
מגדירים את חזית החלקה BC ,
ואת צדיה AB ו CD .



מחיר התקנת מטר גדר בחזית החלקה (הקטע BC)
הוא 16 שקלים למטר, ומחיר התקנת גדר בצדדים (הקטעים AB ו CD) הוא 10
שקלים למטר. מה צריך להיות אורך חזית החלקה ומה צריכים
להיות אורכי הצדדים, כדי שמחיר התקנת הגדר יהיה מינימלי?

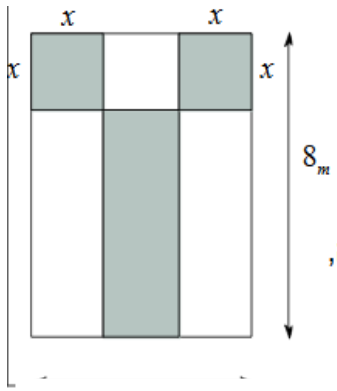
פתרון: חזית : 75 מטר. כל צד: 60 מטר.

24. בחוברת פרסום למוצרי התעשייה הישראלית
שטח כל עמוד הוא 600 סמ"ר.
רוחב השוליים בראש העמוד ובתחתיתו הוא 8 ס"מ,
ורוחב השוליים בצדדים הוא 3 ס"מ.
מצא מה צריך להיות האורך והרוחב של כל עמוד,
כדי שהשטח המיועד לדפוס יהיה מקסימלי
(השטח המסומן בציור).



פתרון: אורך : 40 ס"מ והרוחב 15 ס"מ.

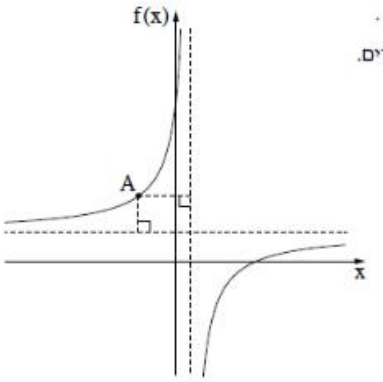
25. באולם יש חלון מלבני גדול,
שמידותיו הם 8 מטר ו 6 מטר.
רוצים להרכיב בחלון זכוכית משני סוגים:
בשטחים האפורים שבציור זכוכית צבעונית שמחירה
60 שקלים למ"ר ובשטחים הלבנים שבציור זכוכית שקופה,
שמחירה 20 שקלים למ"ר.
א. מה צריך להיות גודלו של x (ראה ציור)ת כדי שהמחיר



ב. מהו המחיר הכולל המינימלי שיש לשלם עבור הזכוכית בחלון?
פתרון: א. 2.75 מטר=x ב. 1670 שקלים.

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

26.



לפניכם סרטוט של גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{9}{1-x}+2$, המוגדרת לכל $x\neq 1$.

א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ המאונכות לצירים.

מנקודה A , הנמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע השני,

העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקצייה $f(x)$ כך שהאסימפטוטות

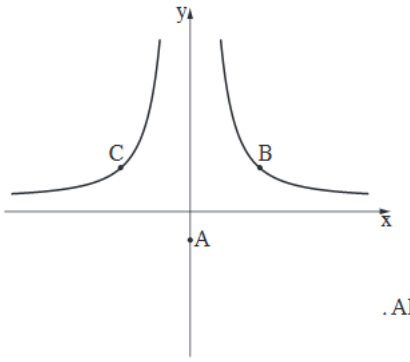
והאנכים יוצרים מלבן.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

פתרון: **א.** $x=1, y=2$ **ב.** $A(-2,5)$ **ג.** 9

27.



נתונה הפונקצייה $f(x)=\frac{48}{x^2}+1$.

נתונה הנקודה A , ששיעוריה הם $(0,-2)$.

הנקודות B ו- C נמצאות על גרף הפונקצייה $f(x)$, כמתואר בסרטוט.

הישר BC מקביל לציר ה- x .

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- t , $t>0$.

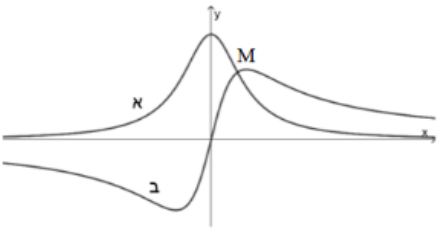
א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו- C .

ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC .

פתרון: **א.** $B\left(t,\frac{48}{t^2}+1\right), C\left(-t,\frac{48}{t^2}+1\right)$ **ב.** $t=4$ **ג.** 22.42

28 לפניך הגרפים של שתי הפונקציות:



$f(x)=\frac{3}{x^2+1}$, $g(x)=\frac{4x}{x^2+1}$ המוגדרות לכל x.

א. קבע איזה גרף מתאים לאיזו פונקציה. נמק.

ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך M של שתי הפונקציות.

ג. מעבירים ישר המקביל לציר ה-y משמאל

לנקודת החיתוך M. הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A ואת גרף

הפונקציה $g(x)$ בנקודה B. נסמן ב- t את שיעור ה-x של הנקודה A.

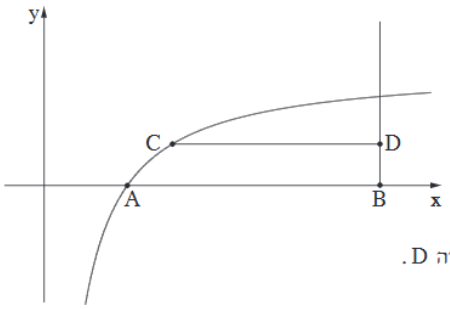
(1) הבע באמצעות t את אורך הקטע AB.

(2) מצא את ערכו של t עבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

פתרון: **א.** גרף ב' -g(x) , גרף א' -f(x) **ב.** $M(0.75,1.92)$ **ג1.** $\frac{3-4t}{t^2+1}$ **ג2.** $t=-0.5$

29. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=3-\frac{6}{x}$,
בתחום $x>0$.
גרף הפונקצייה $f(x)$ חותך את ציר ה־ x בנקודה A .
מן הנקודה $B(8,0)$ העבירו אנך לציר ה־ x .
C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקצייה $f(x)$.
נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה C , $2<t<8$.
מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה־ x וחותך את האנך בנקודה D .



א. מצאו את שיעורי הנקודות C , A ו־ D .
הביעו את תשובותיכם באמצעות t , אם יש צורך.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.

ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל־ 1 . נמקו את קביעתכם.

פתרון: **א.** $A(2,0)$, $C\left(t,3-\frac{6}{t}\right)$, $D\left(8,3-\frac{6}{t}\right)$ **ב.** $C(3,3)$ **ג.** "יתכן

30. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{6x-12}{x-8}$.

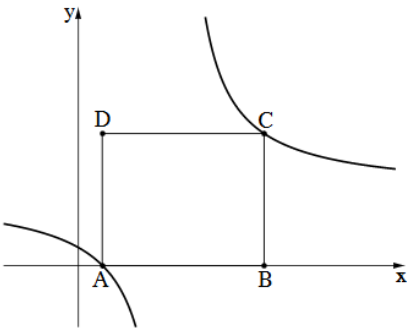
א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A .

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $x>8$.
מן הנקודה C העבירו אנך לציר ה־ x החותך אותו בנקודה B .
הנקודה D נמצאת ברביע הראשון כך ש־ ABCD הוא מלבן.
נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה C .



ג. הביעו באמצעות t את היקף המלבן ABCD .

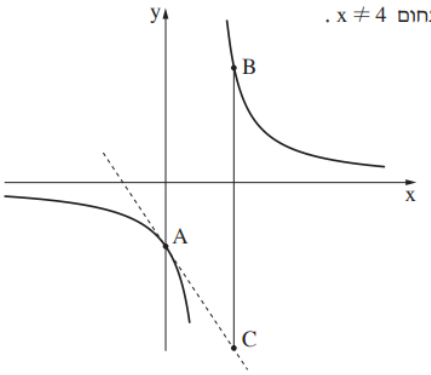
ד. מצאו את הערך של t שבעבורו
היקף המלבן ABCD הוא מינימלי.

ה. האם ייתכן שהיקף המלבן ABCD הוא 50 ? נמקו את תשובתכם.

פתרון: **א1.** $x=8$, $y=6$ **א2.** $x\neq 8$ **ב.** $A(2,0)$ **ג.** $2t-4+\frac{12t-24}{t-8}$ **ד.** $t=14$ **ה.** "יתכן

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

31. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{a}{x-4}$, המוגדרת בתחום $x\neq 4$.



a הוא פרמטר שונה מ־ 0.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ y.

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקצייה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק הוא -1.5.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=24$ בפונקצייה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב–ג.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$, בתחום $x>4$.

הנקודה C נמצאת על המשיק כך שהקטע BC מקביל לציר ה־ y.

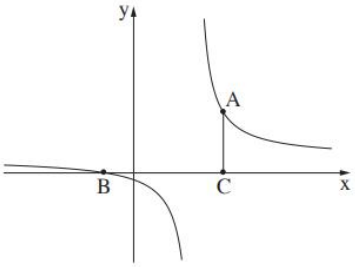
נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה B.

ג. **(1)** הביעו באמצעות t את אורך הקטע BC.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC הוא מינימלי.

פתרון: **א.** $a=24$ **ב.** $y=-1.5x-6$ **ג.1.** $\frac{1.5t^2}{t-4}$ **ג.2.** $t=8$

32. סרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{x+3}{x-6}$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה C נמצאת על ציר ה־ x כך שהקטע AC מקביל לציר ה־ y.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף הפונקצייה $f(x)$ עם ציר ה־ x.

א. **(1)** מצאו את תחום ההגדרה של הפונקצייה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקצייה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. **(1)** מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

(2) מצאו את השטח המינימלי של המשולש ABC.

פתרון: **א.1.** $x\neq 6$ **א.2.** $x=6,\ y=1$ **ב.** $B(-3,0)$ **ג.1.** $A(15,2)$ **ג.2.** 18 יח"ר

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

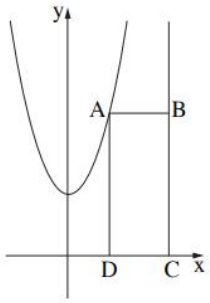
33. נתונה הפונקציה $f(x)=x^2+3$ ונתון הישר $x=5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.

מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה־ x וחותך את הישר הנתון בנקודה B.

הנקודות C ו־ D נמצאות על ציר ה־ x כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).

נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A.



א. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30 ? נמק.

פתרון: א. $t=3$ **ב. לא**

34. גרף הפונקציה $f(x)=-x^2+4x$ עובר בראשית הצירים, O,

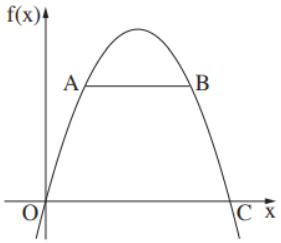
וחותך את ציר ה־ x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה C.

הנקודות A ו־ B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, כמתואר בציור.

נסמן את שיעור ה־ x של הנקודה A ב־ x.

נתון כי שיעור ה־ x של הנקודה B שווה ל־ $(4-x)$.



ב. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה־ x.

ג. מצא את שיעור ה־ x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז OABC הוא מקסימלי.

35. המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה $y=-x^2+6x$

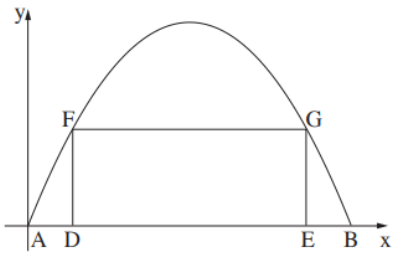
ובין ציר ה־ x, כמתואר בציור.

הנקודות A ו־ B הן נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה־ x,

כמתואר בציור.

k הוא פרמטר. נתון: $0<k<3$.

נתון: $AD=EB=k$.



א. הבע באמצעות k את אורכי הצלעות של המלבן DFGE.

ב. מצא את k שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי.

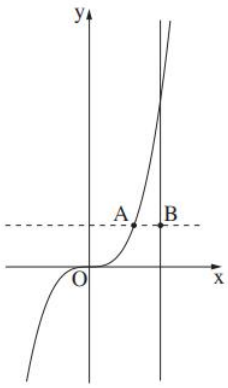
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

פתרון: א. $FD=GE=6k-k^2$, $DE=FG=6-2k$ **ב.** $k=3-\sqrt{3}=1.268$

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –

(ב"ה)

36.



בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)=x^3$ והישר $x=2$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $0<x_A<2$ (x_A הוא שיעור ה־ x של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ x (הישר המקווקו בציור).

הישר שהעבירו חותך את הישר $x=2$ בנקודה B (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A שמצאת בסעיף א.

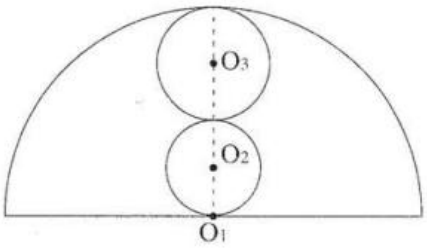
א. $(1.5,3.375)$. **ב.** $\frac{27}{32}$.

37. בחצי מעגל, שמרכזו O_1 ורדיוסו 10 ס"מ,

חסומים שני מעגלים שמרכזיהם O_2 ו־ O_3.

המעגלים משיקים זה לזה, כמתואר בציור.

(שלושת המרכזים נמצאים על ישר אחד.)



א. מצא מה צריך להיות האורך

של רדיוס המעגל שמרכזו O_2

ושל רדיוס המעגל שמרכזו O_3,

כדי שסכום השטחים של העיגולים O_2 ו־ O_3 יהיה מינימלי.

ב. כאשר סכום השטחים של העיגולים O_2 ו־ O_3 הוא מינימלי,

מצא את סכום ה<u>היקפים</u> של מעגלים אלה.

נתון: שטח עיגול $=\pi R^2$

היקף מעגל $=2\pi R$

פתרון: א. 2.5 ס"מ **ב.** 10π ס"מ

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

38. נתון משולש שווה־צלעות שאורך צלעו x ס"מ, ונתון ריבוע.

סכום ההיקפים של הריבוע ושל המשולש שווה־הצלעות הוא 9 ס"מ.

א. הבע באמצעות x את האורך של צלע הריבוע.

ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המשולש ואת שטח הריבוע.

(2) מצא מה צריך להיות הערך של x, כדי שסכום השטחים של הריבוע ושל המשולש יהיה מינימלי.

ג. כאשר סכום השטחים הוא מינימלי, לאיזו צורה היקף גדול יותר: לריבוע או למשולש?

נמק.

בתשובותיך תוכל להשאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

39. האורך של קיר בצורת מלבן הוא 16 מטר,

והגובה של הקיר הוא 10 מטר.

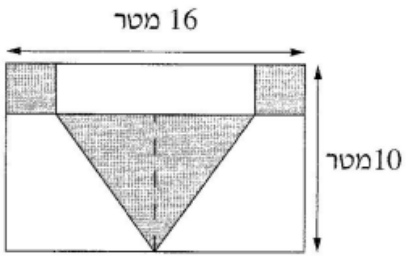
רוצים לצפות בקרמיקה חלק מהקיר.

החלק שרוצים לצפות כולל:

— שני ריבועים זהים בפינות המלבן

— משולש שווה־שוקיים שבסיסו מקביל לצלע המלבן

(השטחים האפורים בציור).



סמן ב־ x את האורך של צלע הריבוע, וענה על הסעיפים א-ג.

א. הבע באמצעות x את הגובה לבסיס במשולש שווה־השוקיים.

ב. מה צריך להיות x, כדי שסכום השטחים שרוצים לצפות בקרמיקה יהיה מינימלי?

ג. עבור ה־ x שמצאת בסעיף ב, חשב כמה אחוזים משטח הקיר מהווה החלק שרוצים לצפות בקרמיקה.

פתרון: א. $10-x$ ב. $x=3$ ג. 33.125%

40. נתונים הפונקציה $f(x)=-x^2+12x$ והישר $y=3x$.

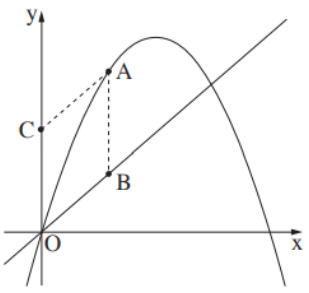
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה־ y כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.

נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A.



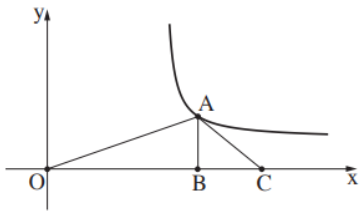
א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

פתרון: **א.** $AB=-t^2+12t$, $h=t$ **ב.** $t=8$

41. בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקצייה $f(x)=\frac{x-6}{x-8}$ בתחום $x>8$.



הנקודה O היא ראשית הצירים.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בתחום $x>8$.

מן הנקודה A העבירו אנך לציר ה־ x , החותך אותו בנקודה B.

הנקודה C נמצאת על ציר ה־ x מימין לנקודה B.

נתון: $OB=2\cdot BC$.

נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A.

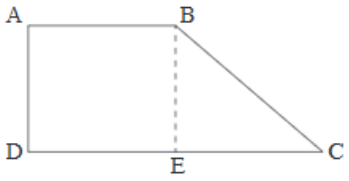
א. **(1)** הביעו באמצעות t את אורך הקטע OC.

(2) הביעו באמצעות t את שטח המשולש AOC.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש AOC הוא מינימלי.

פתרון: **א1.** $1.5t$ **א2.** $\frac{3t^2-18t}{4t-32}$ **ב.** $t=12$

42. המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית, $AB\parallel DC$ (ראו סרטוט).



גובה הטרפז BE **חוצה** את הבסיס DC.

שטח הטרפז הוא $12\sqrt{2}$.

נסמן ב־ **x** את אורך הצלע AB.

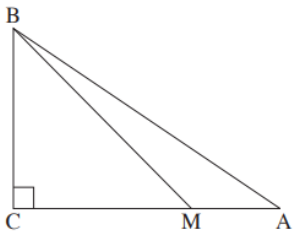
א. הביעו באמצעות **x** את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את **x** שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז (AD^2+BC^2) הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30 ? נמקו.

פתרון: **א.** $\frac{32\sqrt{2}}{x}$ **ב.** 8 **ג. לא ייתכן**

43. ABC הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle ACB=90^o$. שטח המשולש ABC הוא 162.



M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים $MC=2MA$ (ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב־ x.

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. **(1)** מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M משלושת קודקודי המשולש $(MA^2+MB^2+MC^2)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום $MA^2+MB^2+MC^2$ הוא 675 ? נמקו את תשובתכם.

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –

(ב"ה)

א. $\frac{198}{x}$.

ב. (1) 6 .

(2) כך, כי הסכום המינימלי הוא 648 .

44. נתונה הפונקצייה $f(x)=(x+1)^2$.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקצייה $f(x)$ בריבוע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר $x=9$, מימין לנקודה A ,

כך ש־ AB מקביל לציר ה־ x (ראו ציור).

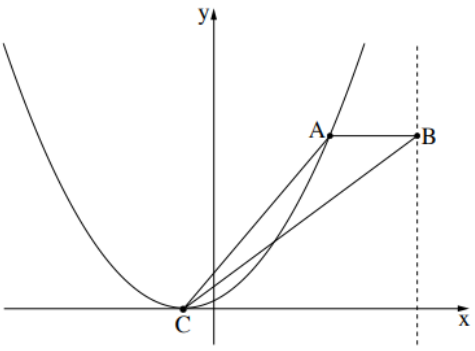
נסמן ב־ t את שיעור ה־ x של הנקודה A .

א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות A ו־ B .

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות t את שטח המשולש ABC .

ג. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.



א. $A(t,(t+1)^2)$, $B(9,(t+1)^2)$

ב. $S_{ABC}=\frac{(9-t)(t+1)^2}{2}$.

ג. $5\frac{2}{3}$.

45. בציור שלפניך ריבוע ומלבן.

נתון: אורך המלבן גדול פי 3 מרוחב המלבן.

סכום ההיקפים של הריבוע והמלבן הוא a .

נסמן את רוחב המלבן ב־ x .

א. הבע באמצעות a ו־ x את אורך צלע הריבוע.

ב. מצא את הערך של x שבעבורו סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי (הבע באמצעות a).

ג. נתון כי סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי כאשר אורך צלע הריבוע הוא 3 .

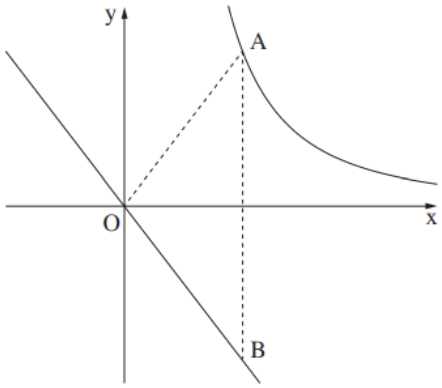
מצא את a .



א. $\frac{a}{4}-2x$ ב. $\frac{a}{14}$ ג. 28

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

46. בסרטוט שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)=\frac{9}{x^2}$ המוגדרת לכל $x>0$, והישר $y=-\frac{4}{3}x$.



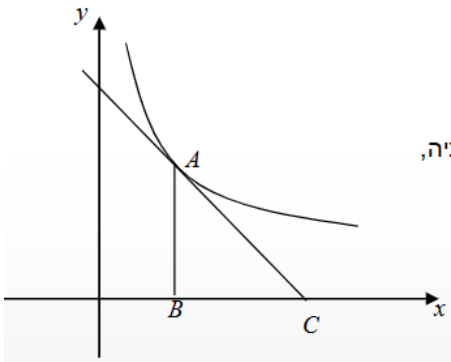
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ בربיע הראשון.
מן הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה־ y,
והוא חותך את הישר $y=-\frac{4}{3}x$ בנקודה B.

א. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש AOB הוא מינימלי (O – ראשית הצירים).

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המשולש AOB הוא 4 ? נמק את תשובתך.

א. (1.5,4) ב. לא.

47.



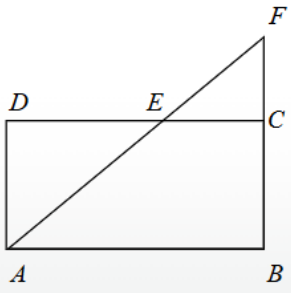
בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x}$ בربיע הראשון.
דרך הנקודה A שעל גרף הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה, והעבירו אנך לציר ה-x.
המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה C,
והאנך חותך את ציר ה-x בנקודה B (ראה ציור).
נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t.

א. (1) הבע באמצעות t את שיפוע המשיק.
(2) הבע באמצעות t את משוואת המשיק.
(3) הבע באמצעות t את האורך של הקטע BC.

ב. מצא את הערך של t שעבורו סכום הקטעים BC+AB הוא מינימלי.

פתרון: **א1.** $-\frac{4}{t^2}$ **א2.** $y=-\frac{4}{t^2}x+\frac{8}{t}$ **א3.** $BC=t$ **ב.** t=2

48. נתון מלבן ABCD שאורכי צלעותיו הם:
AD=4, AB=9.
הנקודה E נמצאת על הצלע CD (בין C ל- D).
ההמשך של AE חותך את המשך הצלע BC בנקודה F (ראה ציור).

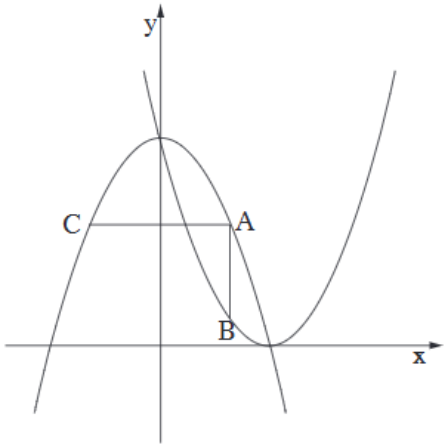


א. הוכח: $\triangle ADE \sim \triangle FCE$.
ב. סמן DE=x, ומצא מה צריך להיות האורך של DE כדי שסכום השטחים של המשולשים ADE ו- FCE יהיה מינימלי.
בתשובתך תוכל להשאיר שורש.

פתרון: א. הוכחה ב. 6.36

שאלות בגרות בנושא: בעיות מקסימום ומינימום טופס 471 –
(ב"ה)

49. בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות
$f(x) = -x^2 + 9$ ו- $g(x) = (x-3)^2$.
נקודה A נמצאת ברביע הראשון על
גרף הפונקציה $f(x)$.
מנקודה A העבירו שני ישרים:
ישר אחד, המקביל לציר ה- y
וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B,
וישר אחר, המקביל לציר ה- x
וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C
(ראה ציור).



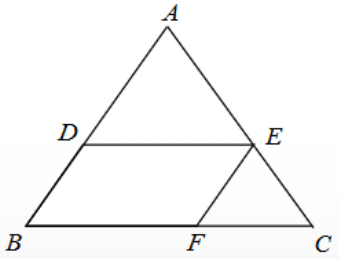
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו- C.

ב. מצא את הערך של t שעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

פתרון: א. $A(t, -t^2+9)$, $B(t, (t-3)^2)$, $C(-t, -t^2+9)$ **ב.** $t = 2$

50.
נתונה מקבילית DEFB שאורכי צלעותיה הם:
40 ס"מ = BD , 90 ס"מ = DE.
נקודה A נמצאת על המשך הצלע BD
ונקודה C נמצאת על המשך הצלע BF
כך שהישר AC עובר דרך קודקוד E (ראה ציור).



א. נסמן $AD = x$.
היעזר בדמיון משולשים, והבע באמצעות x את אורך הקטע FC.

ב. מצא את x שעבורו סכום הצלעות AB ו- BC הוא מינימלי.

ג. מצא את הסכום המינימלי של הצלעות AB ו- BC.

<u>פתרון</u>: א. $FC = \frac{3600}{x}$ **ב.** 60 ס"מ **ג.** 250 ס"מ